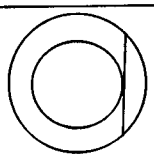
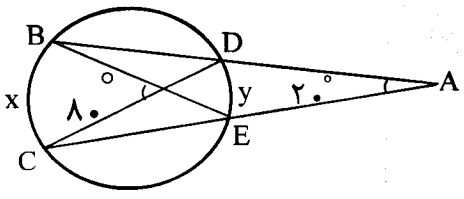
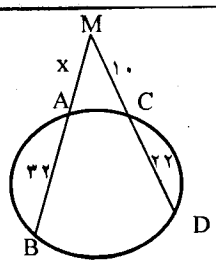
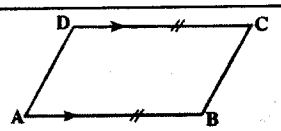
باسمه تعالی

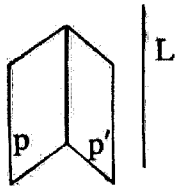
سؤالات امتحان نهایی درس: **هندسه (۲)**	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۸ /۶/ ۱۳۹۱	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	واژه های زیر را تعریف کنید : الف) شکل خود- متشابه ب) ایزومتری ج)زاویه ی ظلی	۱/۵
۲	قضیه : ثابت کنید اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند،آنگاه زاویه ی مقابل به ضلع بزرگتر ،بزرگتراست از زاویه ی مقابل به ضلع کوچکتر.	۱/۲۵
۳	سه پاره خط با طول های $6x$، $x+7$ و $4(x-1)$ داده شده اند.اگرمجموع این طول ها ۳۶ باشد،آیا این پاره خط ها می توانند ضلع های یک مثلث باشند؟تو ضیح دهید.	۰/۷۵
۴	قضیه:ثابت کنید سه نیمساز زاویه های داخلی هر مثلث همرسند.	۱
۵	در هر یک از موارد زیر مکان هندسی نقطه ای از صفحه رابه دست آورده وشکل مربوط به آن را رسم کنید. الف) مکان هندسی مرکز دایره ای که در خارج یک دایره ی داده شده واقع است وروی محیط آن می غلتد. ب) مکان هندسی مرکز دایره هایی که در یک نقطه ی مشخص بر یک خط داده شده مماس باشد.	۱/۵
۶	شعاع های دو دایره ی هم مرکز ۶ و ۱۰ سانتی متر هستند. اندازه ی وتری از دایره ی بزرگتر را که بر دایره ی کوچکتر مماس است پیدا کنید. 	۱
۷	قضیه: ثابت کنید در هر چهار ضلعی محاطی ،زاویه های رو به رو مکمل یکدیگرندو به عکس.	۱/۷۵
۸	در هر یک از شکل های زیر x وy را بیا بید . (الف)  (ب) 	۱/۷۵
۹	نقاط نقاط $A(1,3)$، $B(5,5)$ و $C(6,3)$راس های یک مثلث هستند. الف) مثلث و تصویرش تحت تبدیل $D(x,y)=(2x,2y)$ را رسم کنید. ب) طول ضلع AB و تصویرش را به دست آورده و با هم مقایسه کنید. پ)خط هایی که نقطه های نظیر را به هم وصل می کنند،نسبت به هم چه وضعی دارند؟	۱/۷۵
۱۰	خط به معادله $L: 3x-y+6=0$ و تصویرش تحت دوران $R(x,y)=(-x,-y)$ را رسم کرده سپس معادله ی خط تصویر را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۱	در چهار ضلعی ABCD ، اگر $AB \parallel DC$ و $AB=DC$ ، با استفاده از تبدیل انتقال ثابت کنید: $AD \parallel BC$ و $AD=BC$ 	۱/۵

«ادامه ی سوالات در صفحه ی دوم »

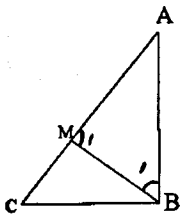
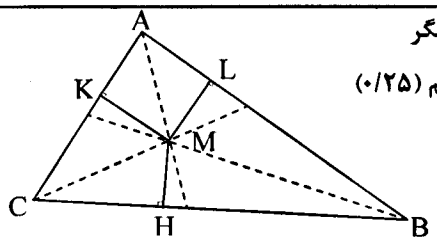
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۸ /٦/ ۱۳۹۱	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۲	درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید. الف)اگرچند صفحه در فضا روی دو پاره خط ، پاره خط های متناظرمتناسب ایجاد کرده باشند ،لزوما" آن صفحه ها موازی نیستند. ب)اگر L و L' دوخط متنافر باشند،هیچ صفحه ای شامل L وجود ندارد که با L' موازی باشد. پ)دو صفحه ی عمود بر یک خط ، بر هم عمودند. ت)اگر خط L با یکی از خط های صفحه ی P موازی باشد،آنگاه ، خط L با صفحه ی P موازی است.	۱
۱۳	ثابت کنید اگر خطی با دو صفحه ی متقاطع ،موازی باشد ،آنگاه با فصل مشترک آن ها موازی است. 	۱/۲۵
۱۴	برای رد حدس های کلی زیر با استفاده ازرسم شکل و توضیح آن یک مثال نقض ارائه کنید. الف) در فضا، اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند لزوما" دیگری را نیز قطع می کند. ب)اگر دو خط در دو صفحه ی موازی قرار داشته باشند لزوما" این دو خط موازی هستند.	۱/۵
۱۵	ثابت کنیداگر خطی بر یکی از دو صفحه ی موازی عمود باشد ، بر دیگری هم عمود است.	۱/۲۵
	«موفق باشید » جمع نمره	۲۰

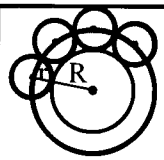
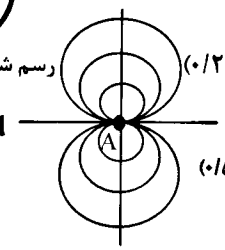
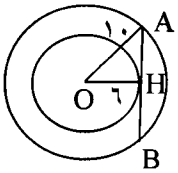
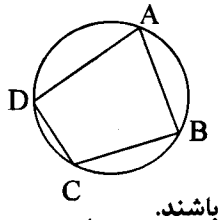
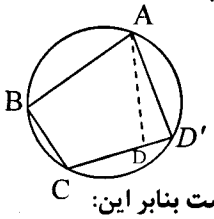
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۸ /۶/ ۱۳۹۱
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف)اگر قسمتی ازیک شکل با کل شکل متشابه باشد ،آن شکل خود-متشابه نامیده می شود.(۰/۵) ب)تبدیلی که فاصله ی بین نقطه ها را حفظ کند ،ایزومتری نامیده می شود.(۰/۵) پ)زاویه ای که رأسش روی دایره است ،یک ضلعش دایره را قطع می کند وضلع دیگرش بر دایره مماس است، زاویه ی ظلی نامیده می شود. (۰/۵)	۱/۵
۲	فرض: $AC > AB$ و حکم : $\hat{B} > \hat{C}$ برهان : چون طبق فرض $AC > AB$ بنابراین پاره خط AM را به اندازه ی AB روی AC جدا می کنیم (۰/۲۵) وازنقطه ی M به B وصل می کنیم. چون AB=AM پس مثلث ABM متساوی الساقین است، در نتیجه: $\hat{B}_1 = \hat{M}_1$ (۰/۲۵) (۱) ازطرفی چون زاویه ی M_1 یک زاویه ی خارجی مثلث MBC است در نتیجه از هر یک از زاویه های داخلی غیر مجاورش بزرگ تر خواهد بود. بنا براین $\hat{M}_1 > \hat{C}$ (۰/۲۵) (۲) باتوجه به دو رابطه ی (۱)و(۲)$\Leftarrow$ $\hat{B}_1 > \hat{C}$ (۰/۲۵) (۳) ازطرفی نقطه ی M بین دو نقطه ی C وA واقع است، بنابراین BM نیم خطی داخل زاویه ی B است و در نتیجه زاویه ی B_1 جزیی از زاویه ی B است، یعنی $\hat{B} > \hat{B}_1$ (۴) از مقایسه ی(۳) و (۴) نتیجه می شود: $\hat{B} > \hat{C}$ (۰/۲۵) 	۱/۲۵
۳	با توجه به قضیه ی وجود مثلث $\left.\begin{matrix} ۶x = ۱۸ \\ x + ۷ = ۱۰ \\ ۴(x-۱) = ۸ \end{matrix}\right\} \longrightarrow \begin{cases} ۱۰+۸>۱۸ & (غ) \\ ۱۸+۸>۱۰ & (ص) \\ ۱۸+۱۰>۸ & (ص) \end{cases}$ (۰/۲۵) $۶x + (x+۷) + ۴(x-۱) = ۳۶ \Rightarrow x = ۳$ (۰/۲۵) بنابراین این سه پاره خط نمی توانند اضلاع یک مثلث باشند.(۰/۲۵)	۰/۷۵
۴	در مثلث ABC نیمسازهای زاویه های Bو C رارسم می کنیم تا یکدیگر را در M قطع کنند. از M برضلع های AB، ACو BC عمودمی کنیم (۰/۲۵) تا به ترتیب آنها را در نقاط K، L وH قطع نمایند.  $\left.\begin{matrix} M \longrightarrow MH = ML \\ M \longrightarrow MH = MK \end{matrix}\right\}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow ML = MK$ (۰/۲۵) M روی نیمساز زاویه ی B است M روی نیمساز زاویه ی C است بنا براین نقطه ی M روی نیمساز $\hat{A}$ نیز قرار دارد. (۰/۲۵)یعنی M نقطه ی همرسی هر سه نیمساز است.	۱
	« ادامه ی راهنما در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۸ /۶/ ۱۳۹۱
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۵	الف)باتوجه به شکل مکان هندسی مورد نظر دایره ای به مرکز O وبه شعاع R+r است. (۰/۲۵)  رسم شکل (الف)(۰/۵) ب) باتوجه به شکل مکان هندسی مورد نظرخط عمود بر d درنقطه ی A است.(۰/۲۵)  رسم شکل (ب)(۰/۵)	۱/۵
۶	AB وتری از دایره ی بزرگتر بر دایره ی کوچکترمماس است . بنابراین شعاع OH بر AB عمود است. بنابراین AH=HB(۰/۲۵) پس  $AH^2 = OA^2 - OH^2 \rightarrow AH^2 = ۱۰^2 - ۶^2$ (۰/۲۵) $\rightarrow AH^2 = ۶۴ \rightarrow AH = ۸ \xrightarrow{(۰/۲۵)} AB = ۱۶$ (۰/۲۵)	۱
۷	باتوجه به قضیه ی زاویه ی محاطی داریم:  $\hat{B} + \hat{D} = \frac{\overset{\frown}{ADC}}{۲} + \frac{\overset{\frown}{ABC}}{۲} \xrightarrow{(۰/۲۵)} = \frac{۳۶۰^\circ}{۲} = ۱۸۰^\circ$ (۰/۲۵) به روش مشابه ثابت می شود $\hat{A} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ$ (۰/۲۵) عکس قضیه:فرض کنیم در چهار ضلعی ABCD، هردو زاویه ی روبه رو مکمل یکدیگر باشند.  یعنی (۱) $\hat{A} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ$ و (۲) $\hat{B} + \hat{D} = ۱۸۰^\circ$ بر سه نقطه ی A وB وC یک دایره می گذرد ، (۰/۲۵)ثابت می کنیم که این دایره از نقطه ی D نیز می گذرد. اثبات(برهان خلف):اگر این دایره از راس D نگذرد،نقطه ی برخورد خط CD با دایره را D' می نامیم (۰/۲۵)واز D' به A وصل می کنیم .چون چهار ضلعی $ABCD'$ محاطی است بنابر این: (۳) $\hat{B} + \hat{D}' = ۱۸۰^\circ$ از رابطه (۲)و(۳)نتیجه می شود که(۴) $\hat{D} = \hat{D}'$ (۰/۲۵)چون زاویه ی D زاویه خارجی مثلث ADD'است،بنابراین:(۵) $\hat{D} > \hat{D}'$ که رابطه ی (۵) با رابطه ی(۴) در تناقض است. (۰/۲۵)در نتیجه فرض ما که دایره از راس D نمی گذردنادرست ،وحکم قضیه برقرار است.	۱/۷۵
۸	(الف) $\begin{cases} \frac{x+y}{۲} = ۸۰ \\ \frac{x-y}{۲} = ۲۰ \end{cases} \xrightarrow{(۰/۵)} \begin{matrix} x + y = ۱۶۰ \\ x - y = ۴۰ \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} x = ۱۰۰ \\ y = ۶۰ \end{matrix}$ (۰/۵) (ب) $x(x+۳۲) = ۱۰ \times ۳۲ \xrightarrow{(۰/۲۵)} x^2 + ۳۲x - ۳۲۰ = ۰ \rightarrow \begin{cases} x = ۸ & (ق\ ق)(۰/۲۵) \\ x = -۴۰ & (غ\ ق\ ق)\ (۰/۲۵) \end{cases}$	۱/۷۵
	« ادامه ی راهنما در صفحه ی سوم »	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۸ /۶/ ۱۳۹۱
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

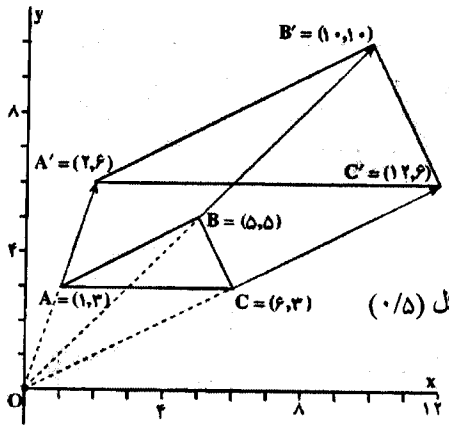
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۹

الف) $D(x,y)=(2x,2y)$

$$\left.\begin{array}{l} A(1,3)\to A'(2,6) \\ B(5,5)\to B'(10,10) \\ C(6,3)\to C'(12,6) \end{array}\right\}\ (0/5)$$

رسم شکل (۰/۵)



ب) $AB=\sqrt{(5-1)^2+(5-3)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

$A'B'=\sqrt{(10-2)^2+(10-6)^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$

$\Rightarrow A'B'=2AB$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

پ)این خط ها درمرکز تجانس همرسند.(۰/۲۵)

۱/۷۵

۱۰

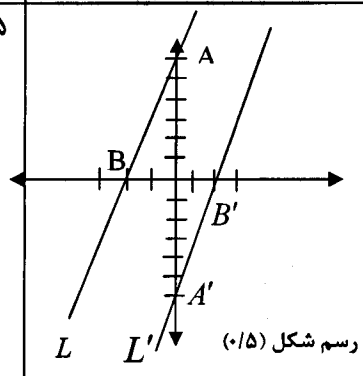
$L: 3x-y+6=0$

$R(x,y)=(-x,-y)$

$$\left.\begin{array}{l} A(0,6)\xrightarrow{R}A'(0,-6) \\ B(-2,0)\xrightarrow{R}B'(2,0) \end{array}\right\}(0/25)$$

$m_{AB}=\frac{0+6}{2-0}=3$ (۰/۲۵) $\Rightarrow L': y-0=3(x-2)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y=3x-6$

رسم شکل (۰/۵)



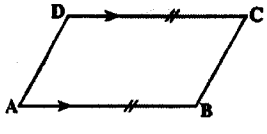
۱/۲۵

۱۱

بردار $\overrightarrow{AB}$ را به عنوان بردار انتقال در نظر می گیریم.(۰/۲۵)چون ABوDC موازی ومساویندبنابراین تحت این انتقال $A\xrightarrow[(0/25)]{}B$ و $D\xrightarrow[(0/25)]{}C$

یعنی پاره خط AD بر پاره خط BC تصویر می شود(۰/۲۵)و چون انتقال ایزومتری است(۰/۲۵)

وشیب خط را حفظ می کند(۰/۲۵) پس: $AD\parallel BC$ و $AD=BC$



۱/۵

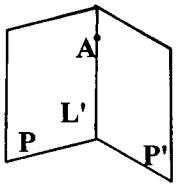
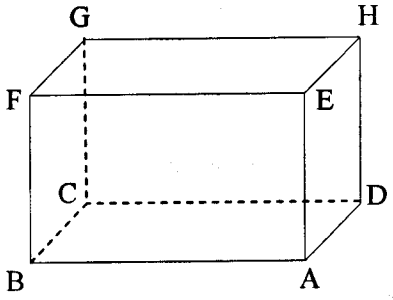
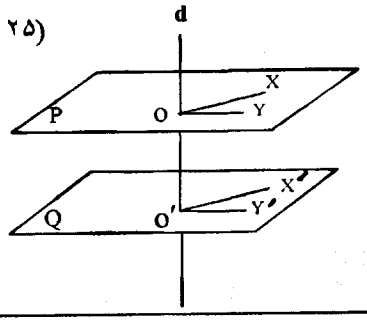
۱۲ الف) درست (۰/۲۵) ب)نادرست (۰/۲۵) پ)نادرست (۰/۲۵) ت) درست(۰/۲۵)

۱

« ادامه ی راهنما در صفحه ی چهارم »

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۸ /۶/ ۱۳۹۱
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۳	فرض می کنیم خط L موازی دو صفحه ی متقاطع P و P' باشد.از یک نقطه ی فصل مشترک مانند A خط L' راموازی L رسم می کنیم.(۰/۲۵)چون خط L با صفحه ی P موازی است ، خط L' به تمامی در صفحه ی P قرار دارد. (۰/۵) بااستدلالی مشابه خط L' به تمامی در صفحه ی P' قرار دارد.(۰/۲۵) پس L' همان فصل مشترک دو صفحه ی متقاطع P و P' است که با خط L موازی است. .(۰/۲۵) 	۱/۲۵
۱۴	الف)در مکعب مستطیل رسم شده ،خطوط AB وEF موازی هستند وخط EH خط EF راقطع کرده است ولی خط EH خط AB را قطع نکرده است.(۰/۵)  رسم شکل (۰/۵) ب) در مکعب مستطیل بالا صفحه های ABCD وEFGH موازی هستندو خط AB درصفحه ی ABCD قرار داردو خط EH درصفحه ی EFGH قرار دارد و AB موازی EH نیست.(۰/۵) (در صورتی که دانش آموز دو شکل رسم کرده باشد برای هر کدام (۰/۲۵) منظور شود.)	۱/۵
۱۵	برهان : فرض می کنیم خط d بر صفحه P عمود باشد و $P \parallel Q$. دو خط متقاطع OX و OY را در صفحه P در نظر می گیریم (۰/۲۵) و $O'X'$ و $O'Y'$ را موازی OX و $O'Y'$ را موازی OY در صفحه Q رسم می کنیم (۰/۲۵) $d \perp P \Rightarrow \begin{cases} d \perp OX \Rightarrow d \perp O'X' \ (۰/۲۵) \\ d \perp OY \Rightarrow d \perp O'Y' \ (۰/۲۵) \end{cases} \Rightarrow d \perp Q \ (۰/۲۵)$ 	۱/۲۵
	جمع نمره	۲۰

مصححین محترم: لطفا به راه حل های درست ومنطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود.